

## **Дәріс 9. Бірегей декодталған және префикс кодтары.**

### **Дәріс жоспары.**

1. Бірегей декодталған код ұғымы.
2. Кодтық комбинациялар және олардың қасиеттері.
3. Бірегей декодталу шарты және Крафт теңсіздігі.
4. Префикстік кодтардың анықтамасы мен ерекшелігі.

### **Бірегей декодталған код ұғымы.**

Бірегей декодталған код – бұл ақпаратты кодтау жүйесіндегі негізгі ұғымдардың бірі, оның мәні әрбір кодтық комбинацияның нақты бір бастапқы хабарға ғана сәйкестігінде жатыр. Мұндай кодтардың ерекшелігі – қабылданған кодтық тізбектен бастапқы хабарды тек бір ғана тәсілмен қалпына келтіруге болады. Егер код бірегей декодталмаса, онда бір кодтық тізбек бірнеше түрлі хабарға сәйкес келуі мүмкін, бұл ақпараттың бұрмалануына немесе қате түсіндірілуіне әкеледі. Сондықтан бірегей декодталған кодтар ақпараттың сенімді берілуін қамтамасыз етудің басты шарты болып саналады.

Бірегей декодталған кодтарды түсіну үшін алдымен кодтау процесінің мақсатын еске түсірейік. Кодтау — ақпарат көзінен алынған хабарларды белгілі бір ережелер арқылы символдар тізбегіне түрлендіру. Бұл түрлендіру кезінде хабарлар қысқартылып, тиімді берілуі немесе қателерден қорғалуы мүмкін. Дегенмен, кодтардың тиімділігімен қатар, олардың декодтау процесі де айқын және бізмәнді болуы қажет. Бірегей декодталған код осы талапты орындайды және кез келген жағдайда кодтық хабардан бастапқы деректерді нақты қалпына келтіруге мүмкіндік береді.

Бірегей декодталудың математикалық негізі кодтық сөздердің комбинациясына байланысты. Мысалы, егер кодтық сөздер әртүрлі ұзындықта болса және олардың ешқайсысы басқа бір кодтық сөздің басы болмаса, онда мұндай код бірегей декодталған болып табылады. Бұл қағида Фано шартын еске салады және префикстік кодтардың бірегей декодталуын дәлелдейді. Алайда, барлық бірегей декодталған кодтар префикстік бола бермейді – олар тек осы қасиеттің бір түрін қамтиды.

Бірегей декодталған кодтардың қасиеттерін бағалау үшін Коддың Крафт теңсіздігі қолданылады. Бұл теңсіздік кодтық сөздердің ұзындығы мен олардың саны арасындағы байланыс арқылы кодтың бірегей декодталуын тексеруге мүмкіндік береді. Егер Крафт теңсіздігі орындалса, онда берілген ұзындықтағы кодтық сөздер жиыны бірегей декодталған код ретінде құралуы мүмкін. Осылайша, бұл теңсіздік кодтардың құрылымын талдауда және оңтайлы кодтау әдістерін таңдауда негізгі теориялық құрал болып табылады.

Бірегей декодталған кодтардың қолданылу аясы өте кең. Олар деректерді қысу алгоритмдерінде (мысалы, Хаффман кодтауында), телекоммуникациялық жүйелерде, файлдық форматтарда және тіпті мультимедиялық кодтауда қолданылады. Әрбір жағдайда басты талап — қабылдаушы тарап кодты ешқандай күмәнсіз ашып оқи алуы. Бұл әсіресе

цифрлық байланыс жүйелерінде және IoT құрылғыларында маңызды, себебі мұндай жүйелерде ақпарат жоғалуы немесе бұрмалануы үлкен қателіктерге әкелуі мүмкін.

Бірегей декодталған кодтар мен префикстік кодтар арасындағы байланыс ақпарат теориясының дамуына зор үлес қосты. Префикстік кодтар — бірегей декодталған кодтардың ерекше түрі, онда ешбір кодтық сөз басқа бір кодтық сөздің басы болмайды. Бұл қасиет декодтау процесін қарапайым және автоматтандырылған етуге мүмкіндік береді. Мысалы, Хаффман коды — префикстік кодтардың ең тиімді үлгілерінің бірі және ол ақпараттық артықшылықты азайтып, хабарды ықшам түрде сақтауға мүмкіндік береді.

Бірегей декодталған кодтарды зерттеу барысында декодтау алгоритмдерінің тиімділігі де маңызды рөл атқарады. Егер кодтың құрылымы бірімді болса, онда декодтау жылдам әрі сенімді жүзеге асады. Бірақ кейде кодтың бірегейлігі сақталғанымен, декодтау процесі күрделі болуы мүмкін — мысалы, кодтық тізбек ұзақ болған жағдайда немесе әртүрлі ұзындықтағы кодтық сөздер жиі кездессе. Сондықтан инженерлер мен математиктер мұндай кодтарды оңтайландырудың түрлі әдістерін іздейді.

Ақпарат теориясы тұрғысынан бірегей декодталған кодтардың тиімділігін энтропия ұғымымен байланыстырады. Энтропия — ақпарат көзі шығаратын хабарлардың орташа мөлшерін сипаттайды. Бірегей декодталған кодтар энтропияға барынша жақын кодтық ұзындықтарды қамтамасыз етуге тырысады, яғни ақпаратты мүмкіндігінше қысқа әрі дәл беру мақсатын көздейді. Осылайша, мұндай кодтар ақпарат тасымалдаудың өнімділігін арттыруға көмектеседі.

Бірегей декодталған кодтардың тағы бір маңызды артықшылығы — олардың математикалық дәлелденген тұрақтылығы. Егер код Крафт теңсіздігін қанағаттандырса және барлық кодтық сөздер нақты анықталған болса, онда ол кез келген жағдайда дұрыс декодталады. Бұл қасиет деректердің тұтастығын сақтау тұрғысынан өте маңызды, әсіресе шифрлау немесе қателерді түзету процестерімен қатар қолданылған кезде.

Қорытындылай келе, бірегей декодталған код ұғымы ақпарат теориясының негізін құрайды. Ол кодтау жүйелерінің сенімділігін, айқындылығын және тиімділігін қамтамасыз етеді. Мұндай кодтардың арқасында ақпаратты жоғалтпай, бұрмаламай және артық символдарсыз жеткізу мүмкіндігі туады. Бірегей декодталған кодтарды дұрыс қолдану — қазіргі заманғы байланыс жүйелерінің, деректерді сақтау және өңдеу технологияларының табысты жұмыс істеуінің кепілі.

Кодтық комбинациялар — бұл ақпарат көзінен алынған хабарларды белгілі бір ережелер бойынша кодтау нәтижесінде алынған символдар тізбегі. Әрбір комбинация нақты бір хабарды немесе дерек элементін білдіреді. Кодтық комбинациялар ақпаратты цифрлық түрде көрсетуге, сақтау мен беруге мүмкіндік береді. Олардың басты мақсаты — ақпараттың мағынасын сақтай отырып, оны ықшам және сенімді түрде жеткізу. Кодтық комбинациялардың құрылымы мен қасиеттері қолданылатын кодтау жүйесіне, оның түріне және мақсаттарына байланысты анықталады.

Кодтық комбинациялардың ең маңызды қасиеттерінің бірі – бірегейлік. Бұл қасиет әр комбинацияның тек бір ғана хабарға сәйкес келуін қамтамасыз етеді. Бірегейлік болмаса, кодты декодтау кезінде бір тізбек бірнеше түрлі хабарды білдіруі мүмкін, нәтижесінде ақпарат бұрмаланып немесе жоғалып кетеді. Осы себепті кодтау жүйесінде әрбір комбинацияның анық және қайталанбайтын болуы – басты талаптардың бірі.

Тағы бір маңызды қасиет – код ұзындығының тұрақтылығы немесе айнымалылығы. Кейбір кодтарда барлық комбинациялар бірдей ұзындықта болады (мысалы, ASCII коды), ал басқаларында әртүрлі ұзындықтағы комбинациялар қолданылады (мысалы, Хаффман кодында). Айнымалы ұзындықты кодтар ақпаратты қысуға мүмкіндік береді, себебі жиі кездесетін хабарларға қысқа кодтар, ал сирек кездесетіндерге ұзын кодтар беріледі. Бұл тәсіл ақпаратты беру мен сақтауды оңтайландырады.

Кодтық комбинациялардың келесі қасиеті – қателерге төзімділік. Кейбір кодтар ақпараттың бұзылуын немесе биттердің өзгеруін анықтай алады, ал кейбіреулері тіпті қателерді түзете алады. Мұндай кодтарға Хэмминг кодтары, Рид–Соломон кодтары сияқты қате түзету кодтары жатады. Олар байланыс арналары арқылы деректерді жіберу кезінде шу мен кедергілерден туындайтын бұзылуларды азайту үшін қолданылады.

Сонымен қатар, кодтық комбинациялар артықшылық деңгейімен сипатталады. Артықшылық – ақпаратты қорғау немесе қателерді түзету мақсатында енгізілетін қосымша биттердің саны. Артықшылық деңгейі неғұрлым жоғары болса, код соғұрлым сенімді, бірақ ақпараттық тиімділігі төмен болады. Сондықтан кодтарды жобалау кезінде артықшылық пен тиімділік арасындағы теңгерім сақталуы қажет.

Кодтық комбинациялардың тағы бір қасиеті – префикстік немесе префикстік емес құрылым. Префикстік кодтарда ешбір комбинация басқа бір комбинацияның басы бола алмайды. Бұл қасиет декодтау процесін жеңілдетіп, бірімділікті қамтамасыз етеді. Префикстік кодтардың мысалы ретінде Хаффман кодын атауға болады. Ал префикстік емес кодтарда декодтау күрделірек, себебі хабардың қай бөлігінде бір код аяқталып, келесісі басталатынын анықтау қиынға соғады.

Кодтық комбинациялардың тиімділігін бағалау үшін Крафт теңсіздігі және энтропиялық өлшемдер қолданылады. Бұл әдістер кодтың ұзындығы мен хабардың ықтималдылығын ескере отырып, оның қаншалықты оңтайлы екенін анықтауға мүмкіндік береді. Егер код энтропияға жақын мәнге ие болса, ол ақпаратты мүмкіндігінше қысқа әрі тиімді түрде бейнелейді деген сөз.

Ақпарат теориясында кодтық комбинациялар тек деректерді көрсету құралы ғана емес, сонымен бірге ақпараттың сапасын бағалау құралы болып табылады. Олардың құрылымы мен қасиеттерін талдау арқылы жүйенің ақпараттық өнімділігін, сенімділігін және байланыс арнасының өткізу қабілетін бағалауға болады. Әсіресе IoT, телекоммуникация және криптография салаларында кодтық комбинациялардың дұрыс таңдалуы жүйенің жалпы тиімділігіне тікелей әсер етеді.

Кодтық комбинацияларды жобалау кезінде ықтималдық үлестірімі де маңызды рөл атқарады. Егер хабарлардың пайда болу ықтималдығы белгілі болса, онда жиі кездесетін хабарларға қысқа кодтар тағайындау арқылы жалпы код ұзындығын азайтуға болады. Бұл тәсіл ақпаратты қысу алгоритмдерінің, мысалы, Хаффман және Шеннон–Фано әдістерінің негізінде жатыр.

Қорытындылай келе, кодтық комбинациялар — ақпаратты цифрлық өңдеудің, сақтаудың және берудің негізгі элементтері. Олардың қасиеттерін дұрыс пайдалану ақпараттық жүйелердің тиімділігін арттырып, деректердің жоғалуын азайтады және байланыс сенімділігін қамтамасыз етеді. Кодтық комбинациялардың теориясы — қазіргі заманғы цифрлық коммуникация мен деректерді қорғау технологияларының негізі болып табылады.

### **Бірегей декодталу шарты және Крафт теңсіздігі.**

Бірегей декодталу шарты және Крафт теңсіздігі — ақпарат теориясындағы кодтардың сенімділігі мен тиімділігін сипаттайтын негізгі ұғымдар. Кодтау жүйесінің басты мақсаты – ақпаратты жоғалтпай, нақты және бізмәнді түрде жеткізу. Бұл мақсатқа жету үшін әрбір кодтық комбинация нақты бір хабарға ғана сәйкес болуы керек. Егер декодтау кезінде бір кодтық тізбектен бастапқы хабарды бір ғана тәсілмен қалпына келтіруге мүмкіндік болса, онда мұндай код бірегей декодталған код деп аталады.

Бірегей декодталу шарты – кодтың құрылымына қойылатын негізгі талаптардың бірі. Бұл шарт кодтық комбинациялар арасында шатасуды болдырмайды, яғни қабылданған хабарды бірнеше түрлі хабарлар тізбегі ретінде түсіндіру мүмкін емес. Бірегей декодталу шарты орындалмаса, ақпаратты қабылдау кезінде қателіктер пайда болады, нәтижесінде деректердің бұрмалануы немесе жоғалуы мүмкін. Сондықтан әрбір тиімді код міндетті түрде бірегей декодталу талабына сай болуы тиіс.

Бірегей декодталатын кодтардың ішінде префикстік кодтар ерекше орын алады. Префикстік кодтарда ешбір кодтық сөз басқа бір кодтық сөздің басы бола алмайды. Бұл қасиет декодтау процесін айтарлықтай жеңілдетеді және бізмәнділікті автоматты түрде қамтамасыз етеді. Префикстік кодтардың мысалы ретінде Хаффман коды келтіріледі, ол ақпаратты ықтималдыққа байланысты оңтайлы түрде кодтайды. Префикстік кодтар әрқашан бірегей декодталады, бірақ керісінше, барлық бірегей декодталатын кодтар префикстік бола бермейді.

Кодтың бірегей декодталуын тексерудің математикалық құралы ретінде Крафт теңсіздігі қолданылады. Бұл теңсіздік кодтық сөздердің ұзындығы мен олардың саны арасындағы байланысты анықтайды. Егер кодтық комбинациялар жиыны Крафт теңсіздігін қанағаттандырса, онда сол ұзындықтармен бірегей декодталатын код құруға болады. Теңсіздік мына түрде өрнектеледі:

$$\sum_{i=1}^n 2^{-l_i} \leq 1$$

Мұндағы  $l_i$  – әрбір кодтық сөздің ұзындығы, ал  $n$  – кодтық сөздер саны. Бұл теңсіздік кез келген екілік код үшін қолданылады. Егер теңдік дәл орындалса ( $\sum_{i=1}^n 2^{-l_i} = 1$ ), онда код толық және тиімді, яғни артықшылықсыз код болып саналады. Ал егер  $\sum_{i=1}^n 2^{-l_i} < 1$  болса, онда кодта

бос орындар бар және кодты ұлғайту немесе қосымша комбинациялар енгізу мүмкін.

Крафт теңсіздігі тек екілік кодтар үшін ғана емес, кез келген  $q$ -негізді (мысалы, үштік, төрттік) кодтар үшін де жалпы түрде жазылады:

Мұндағы  $q$  — алфавиттің қуаттылығы, яғни әрбір кодтық символ қабылдай алатын мүмкін мәндер саны. Бұл формула кез келген алфавиттік кодтың бірегей декодталу мүмкіндігін тексеруге мүмкіндік береді.

Крафт теңсіздігі тек теориялық құрал ғана емес, сонымен қатар практикалық маңызы бар. Ол кодтау жүйелерін жобалау кезінде кодтық ұзындықтардың үйлесімділігін анықтауға және кодтың бірегей декодталу мүмкіндігін алдын ала бағалауға көмектеседі. Мысалы, Хаффман кодтауында Крафт теңсіздігі теңдік түрінде орындалады, бұл оның толық және тиімді код екенін дәлелдейді.

Бірегей декодталу шарты мен Крафт теңсіздігі өзара тығыз байланысты. Бірегей декодталатын кез келген код Крафт теңсіздігін міндетті түрде қанағаттандырады. Керісінше, егер кодтық сөздердің ұзындықтары Крафт теңсіздігін орындаса, онда сол ұзындықтармен бірегей декодталатын код құруға болады. Осылайша, Крафт теңсіздігі бірегей декодталудың жеткілікті шарты болып табылады.

Ақпарат теориясында бұл ұғымдар кодтау тиімділігін бағалауда маңызды рөл атқарады. Олар энтропиямен тығыз байланысты, өйткені энтропия кодтың орташа ұзындығының төменгі шегін анықтайды. Бірегей декодталған код энтропияға барынша жақын орташа ұзындыққа ие болған жағдайда, ол оңтайлы код болып саналады.

Қорытындылай келе, бірегей декодталу шарты мен Крафт теңсіздігі ақпараттық кодтау теориясының іргелі ұғымдары болып табылады. Олар кодтың құрылымдық дұрыстығын, сенімділігін және тиімділігін анықтайды. Крафт теңсіздігі — кодтың математикалық дұрыстығын тексерудің әмбебап құралы, ал бірегей декодталу шарты — ақпараттың бұрмаланбай жеткізілуін қамтамасыз ететін негізгі қағида.

### **Префикстік кодтардың анықтамасы мен ерекшелігі.**

Префикстік кодтар — ақпарат теориясындағы ең маңызды және кеңінен қолданылатын кодтардың бірі. Префикстік код деп ешбір кодтық сөз басқа бір кодтық сөздің басы болмайтын код жиынын айтады. Яғни, егер бір кодтық комбинация белгілі бір символмен немесе хабармен кодталса, онда сол комбинация басқа хабарды білдіретін кодтың басында кездеспейді. Бұл қасиет кодтау мен декодтау процесін айқын және бізмәнді етеді, яғни қабылданған кодтық тізбекті шатаспай дұрыс оқуға мүмкіндік береді.

Префикстік кодтардың басты ерекшелігі — бірегей декодталу қабілетінің автоматты түрде қамтамасыз етілуі. Мұндай кодтарда қабылдаушы құрылғы хабарды бит бойынша оқи отырып, бір кодтық сөздің аяқталғанын нақты біледі және келесі кодты оқуға бірден кіріседі. Сондықтан префикстік кодтарда декодтау үшін қосымша бөлгіш белгілер немесе ұзындық туралы ақпарат қажет емес. Бұл қасиет оларды байланыс және деректерді қысу жүйелерінде өте ыңғайлы етеді.

Префикстік кодтар бірегей декодталатын кодтардың ішкі жиыны болып табылады, яғни әрбір префикстік код міндетті түрде бірегей декодталады, бірақ барлық бірегей декодталған кодтар префикстік бола бермейді. Бұл айырмашылық олардың құрылымдық ұйымдастырылуына байланысты. Префикстік кодтар көбінесе бинарлық ағаш (code tree) түрінде бейнеленеді: ағаштың әрбір бұтағы белгілі бір битті (0 немесе 1) білдіреді, ал кодтық сөздер — осы ағаштың жапырақтарында орналасады.

Префикстік кодтардың тиімділігін бағалау кезінде Крафт теңсіздігі маңызды рөл атқарады. Егер кодтық сөздердің ұзындықтары Крафт теңсіздігін қанағаттандырса, онда мұндай ұзындықтармен префикстік код құруға болады. Бұл префикстік кодтардың математикалық тұрғыдан тұрақты және логикалық үйлесімді екенін дәлелдейді. Мысалы, Хаффман кодтауында дәл осы принцип қолданылады, сондықтан ол тиімді және толық префикстік код болып саналады.

Префикстік кодтардың тағы бір ерекшелігі — кодтау мен декодтау жылдамдығының жоғары болуы. Себебі кодтық тізбекті оқу кезінде әрбір комбинация нақты аяқталу нүктесіне ие. Мысалы, егер кодтық ағашта “0” тармағы бір символға, ал “10” және “11” басқа символдарға сәйкес келсе, онда қабылдаушы құрылғы “0”-ді оқыған сәтте кодтық сөздің аяқталғанын бірден біледі. Бұл қасиет әсіресе нақты уақыт режимінде жұмыс істейтін байланыс жүйелері мен бейне-аудио кодтау алгоритмдерінде өте маңызды.

Префикстік кодтардың тағы бір айрықша жағы — тиімділік пен ықтималдыққа негізделуі. Кодтық сөздердің ұзындығы ақпарат көзінің символдарының ықтималдығына кері пропорционал түрде беріледі. Яғни жиі кездесетін хабарлар қысқа кодпен, ал сирек кездесетіндері ұзын кодпен беріледі. Бұл тәсіл деректерді қысуға мүмкіндік береді және ақпаратты беру жылдамдығын арттырады.

Префикстік кодтардың практикалық мысалдары өте көп. Ең танымалы — Хаффман коды, ол ықтималдықтар негізінде кодтық ағаш құрып, әрбір символға оңтайлы префикстік комбинация тағайындайды. Сонымен қатар, Шеннон–Фано коды да префикстік кодтардың бір түрі болып табылады, бірақ ол Хаффман әдісіне қарағанда сәл төмен тиімділікке ие.

Префикстік кодтар тек байланыс саласында ғана емес, сонымен қатар файлдық компрессия алгоритмдерінде де қолданылады. Мысалы, ZIP, JPEG, MP3 форматтары деректерді қысу кезінде дәл осы принципке сүйенеді. Мұндай жүйелерде хабарды қысу мен қалпына келтіру дәл әрі жоғалтусыз орындалады, өйткені префикстік кодтар декодтау кезінде шатастыруға жол бермейді.

Префикстік кодтарды талдауда тағы бір маңызды аспект — олардың құрылымдық қарапайымдылығы мен аппараттық жүзеге асыру ыңғайлылығы. Префикстік кодтарды декодтайтын құрылғылар көбінесе автоматты күйде жұмыс істейді және кодтық ағаш арқылы хабарды жылдам қалпына келтіреді. Бұл оларды микроконтроллерлер мен ендірілген жүйелерде пайдалануға тиімді етеді.

Қорытындылай келе, префикстік кодтар — ақпарат теориясындағы ең сенімді және тиімді кодтау әдістерінің бірі. Олар бірегей декодталуды қамтамасыз етіп қана қоймай, ақпаратты қысу және жеткізу процестерін оңтайландырады. Префикстік кодтардың құрылымы қарапайым, математикалық негізі мықты және оларды іс жүзінде жүзеге асыру жеңіл. Сондықтан олар қазіргі заманғы цифрлық байланыс пен деректерді өңдеу технологияларының ажырамас бөлігі болып табылады.

### **Пайдаланылған әдебиеттер тізімі**

1. Шеннон, К. Э. *Математикалық коммуникация теориясы*. — М.: Наука, 1963.
2. Хаффман, Д. А. *A Method for the Construction of Minimum-Redundancy Codes*. — Proceedings of the IRE, 1952.
3. Фано, Р. М. *The Transmission of Information: A Statistical Theory of Communications*. — Cambridge, MIT Press, 1961.
4. Коберн, Д., Трембле, Г. *Теория кодирования и ее приложения*. — М.: Мир, 1982.
5. Мауо Венбо. *Прикладная криптография. Протоколы, алгоритмы и исходные тексты на языке С*. — М.: Триумф, 2004.